

Exercices pour Maple. TD4

G. Marcou, P. Jost

4 novembre 2009

Manipulations analytiques. Résolution d'équations, d'inéquations.
Dérivée et intégrale.

Exercice 1

Transformez l'expression :

$$(x + y)^2 + \frac{1}{(x + y)^2} \quad (1)$$

en

$$\frac{(x + y)^4 + 1}{(x + y)^2} \quad (2)$$

Les fonctions `simplify`, `expand`, `subs` seront particulièrement utiles.

Exercice 2

Calculez les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin(x))^{\frac{1}{x}} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2^x + 3^x)^{\frac{1}{x}} \quad (5)$$

Quelle est la différence entre les commandes `limit` et `Limit` ?

Exercice 3

Tracez sur un même graphique, l'exponentielle et les quatre premiers termes de son développement en série de Taylor autour de 1. Aidez-vous des fonctions `taylor`, `mtaylor` et `plot`. Quel est le type des structures obtenues dans Maple ?

Exercice 4

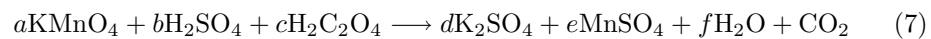
Les polynômes de Legendre interviennent dans la définition de harmoniques sphériques. Ils sont définis par la fonction génératrice suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{1-2xu+u^2}} = \sum_0^{\infty} P_n(x)u^n \quad (6)$$

Calculez $P_2(x)$ et $P_{10}(x)$. Utilisez la commande `coeftayl`.

Exercice 5

Équilibrez la réaction chimique suivante :



Utilisez les commandes `solve` et `isolve`.

Exercice 6

Résolvez l'inégalité suivante :

$$|x-3| \cdot |3-x| > |x| \quad (8)$$

Exercice 7

Vérifiez que :

$$g(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}} \quad (9)$$

est solution de $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} g = 0$.

Exercice 8

Évaluez les intégrales suivantes :

$$\int \sqrt{e^x - 1} dx \quad (10)$$

$$\int x^n e^x dx \quad (11)$$

$$\int_{-\infty}^x e^{\frac{t^2}{\sigma^2}} dt \quad (12)$$

$$\int \sqrt{\tan(x)} dx \quad (13)$$

Exercice 9

Évaluez les sommes suivantes :

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k+3}{(k+1)(k+2)(k+3)} \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \quad (15)$$

$$\sum_{k=2}^{k=\infty} \frac{k}{(k-1)^2(k+1)^2} \quad (16)$$